CÁLCULO SEGUIMENTAL

Leandro Bertoldo

Dedico esta obra à minha querida filha,
Doutora Beatriz Maciel Bertoldo,
inesgotável fonte de alegria e orgulho
para seu pai.

A chave encontrada para descobrir um mistério,
pode trazer a lume outras preciosas gemas
de conhecimento ainda velado.

Ellen Gould White
Escritora, conferencista, conselheira
e educadora norte-americana.
(1827-1915)

PREFÁCIO

Aquele que descobre um pensamento
que nos permite penetrar ainda um pouco
mais fundo no mistério eterno da natureza
recebeu uma grande dádiva.

Albert Einstein
Físico, cientista
e conferencista judeu-alemão
(1879-1955)

A presente tese foi produzida em janeiro de 1983, quando o autor contava vinte e três anos de idade. Ela introduz inovações e idéias originais no mundo da matemática, como facilmente se poderá constatar pela simples observação da obra.

Nessa época, Beatriz Maciel Bertoldo, filha do autor, contava pouco menos que um ano de idade, e foi embalando a criança no colo que ele produziu a sua tese do Cálculo Seguimental. Todavia, a menina ficava mais acordada do que dormindo, de forma que no manuscrito original do autor se pode ver que a criança colocou alguns rabiscos de seu próprio punho em meio aos símbolos e às demonstrações matemáticas.

Esta singela obra tem por objetivo apresentar uma nova perspectiva matemática do cálculo combinatório e do cálculo de arranjos em função do conceito de progressão aritmética, e para que tal visão se tornasse viável o autor teve que introduzir novas idéias e símbolos no mundo da matemática, o que deu origem a equações bastante curiosas e interessantes, o que acabou por consolidar o cálculo seguimental.

A obra que o leitor tem em mãos é constituída por dois livros. O primeiro apresenta dois capítulos e quatro apêndices. Nos dois capítulos o autor desenvolve a sua teoria empregando o conceito de combinações e de arranjos. Quanto aos apêndices, no primeiro, o autor apresenta uma síntese do desenvolvimento de sua tese; já os demais apêndices são aplicações da técnica do autor na Geometria e na Física, todas elas inovando essas áreas do conhecimento científico. O segundo livro é constituído por uma série de dez pequenos artigos matemáticos.

As várias idéias originais defendidas nesta obra são apresentadas numa forma aritmética elementar, sendo que na maioria dos casos as demonstrações matemáticas produzidas são acompanhadas de exemplos numéricos, o que facilita bastante a compreensão do assunto abordado pela teoria.

Desde que escreveu a sua tese o autor nunca mais retornou ao assunto, posto que sempre esteve ocupado com outras produções científicas, e envolvido em diversas outras atividades, o que lhe vem impedindo até o presente momento de analisar mais profundamente o seu trabalho, e que agora está sendo publicado da forma como foi produzido há vinte e dois anos atrás, razão pela qual pede indulgência ao severo público ledor.

E por fim, o autor aproveita a oportunidade para expressar o seu mais profundo agradecimento à Beatriz Maciel Bertoldo pelo tedioso e meticuloso trabalho de digitação. Certamente ela nunca imaginaria que aquele manuscrito que havia rabiscado, quando tinha menos de um ano de idade, iria ser por ela rigorosamente digitado mais de vinte anos depois.

Leandro Bertoldo

SUMÁRIO

CAPÍTULO I

CÁLCULO SEGUIMENTAL E COMBINATÓRIA

1- Primeira Equação Seguimental Combinatória ($C_{n,\,2}$)

Chama-se ($C_{n,\,p}$) o número de combinações de (**n**) elementos (**p**) a (**p**).

Defino o conceito de um número seguimental qualquer como sendo aquele representado por:

$$P_n = n?$$

Onde o símbolo (**?**), representa o conceito definido por Leandro, e que foi denominado de *seguimental*. Dessa forma, com relação à última expressão, de um modo mais geral, posso escrever que:

$$P_n = (n - 0) + (n - 1) + (n - 2) + (n - 3) + ... + (n - n)$$

Portanto, posso concluir que:

$$n? = (n - 0) + (n - 1) + (n - 2) + (n - 3) + ... + (n - n)$$

Então, seja (**A**) um conjunto com (**n**) elementos. Os subconjuntos de (**A**) com (**p**) elementos constituem agrupamentos que são chamados “combinações” dos (**n**) elementos de (**A**), (**p**) a (**p**).

Em tal agrupamento a ordem dos elementos não importa.

No cálculo combinatório a expressão que se segue é fundamental à compreensão do assunto:

$$\mathbf{C_{n,p} = n!/p!(n - p)!}$$

Onde **n!**, deve-se ler **n** fatorial ou fatorial de **n**, e, é definido por:

$$\mathbf{n! = n \,.\, (n - 1) \,.\, (n - 2) \,.\, (n - 3). \ldots .(n - [n - 1])}$$

Para efeito de visualização considere o seguinte exemplo: Uma empresa produziu uma coleção de seis (06) tampinhas de cores diferentes, e precisa escolher duas (02) delas para concorrer num concurso. Então seja $\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$ o conjunto de tampinhas. Fazendo uma contagem física para as duas tampinhas, obtém-se que:

(a_1, a_2); (a_1, a_3); (a_1, a_4); (a_1, a_5); (a_1, a_6)
(a_2, a_3); (a_2, a_4); (a_2, a_5); (a_2, a_6)
(a_3, a_4); (a_3, a_5); (a_3, a_6)
(a_4, a_5); (a_4, a_6)
(a_5, a_6)

Estes quinze (15) agrupamentos são as combinações das seis (06) tampinhas, duas (02) a duas (02).

Aplicando a equação fundamental do cálculo combinatório, obtém-se que:

$C_{6,\,2}$ = 6!/2!(6 – 2)!; então, vem que:
$C_{6,\,2}$ = 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1/2 x 1 x (4)! = 720/2 x 4 x 3 x 2 x 1 = 720/48
$C_{6,\,2}$ = 15

Tal resultado está em perfeito acordo com a contagem física anterior.

Agora, para deduzir a equação seguimental, basta observar que: A combinação do conjunto de seis (06) tampinhas (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6) resultou, no exemplo anterior, em cinco colunas, sendo que a primeira apresenta cinco (05) agrupamentos, ou seja, (6 – 1) = 5. A segunda coluna apresenta quatro (04) agrupamentos, ou seja, (6 – 2) = 4. A terceira coluna apresenta três (03) agrupamentos, ou seja, (6 – 3) = 3. A quarta coluna apresenta dois (02) agrupamentos, ou seja, (6 – 4) = 2. A quinta coluna apresenta apenas um grupo, ou seja, (6 – 5) = 1.

Portanto, de acordo com a tese defendida nesta obra, o número total de agrupamentos possíveis em tal combinação corresponde à seguinte soma:

$C_{6,\,2}$ = (6 – 1) + (6 – 2) + (6 – 3) + (6 – 4) + (6 – 5) + (6 – 6) $\therefore$
$C_{6,\,2}$ = 5 + 4 + 3 + 2 + 1 + 0 $\therefore$
$C_{6,\,2}$ = 15

Este resultado é idêntico ao que foi obtido na contagem exemplificada anteriormente, e calculado na equação fundamental da combinatória.

Portanto, generalizando o referido resultado, têm-se a chamada “Primeira Equação Seguimental”:

$$\mathbf{C_{n,\,2} = (n - 1)?}$$

De um modo mais geral, posso escrever que:

$$\mathbf{C_{n,\,2} = (n - 1)? = (n - 1) + (n - 2) + (n - 3) + ... + (n - n)}$$

2- Equação Seguimental Primária Combinatória ($C_{n,1}$)

O cálculo combinatório mostra perfeitamente que:

$$\mathbf{C_{n,\,1} = n}$$

Tal resultado é por demais evidente, portanto não há o que comentar ou discutir.

3- Segunda Equação Seguimental Combinatória ($C_{n,\,3}$)

Para deduzir a segunda equação seguimental, considere as seguintes verificações:

$C_{3,\,3} = 01$
$C_{4,\,3} = 04$
$C_{5,\,3} = 10$
$C_{6,\,3} = 20$
$C_{7,\,3} = 35$
$C_{8,\,3} = 56$

Para cada caso, uma equação seguimental equivalente seria a seguinte:

a) $C_{3,\,3} = (3 - 2)? = 1$
b) $C_{4,\,3} = (4 - 2)? + 1 = 4$
c) $C_{5,\,3} = (5 - 2)? + 4 = 10$
d) $C_{6,\,3} = (6 - 2)? + 10 = 20$
e) $C_{7,\,3} = (7 - 2)? + 20 = 35$
f) $C_{8,\,3} = (8 - 2)? + 35 = 56$

Em cada caso, pode-se observar que o segundo membro é o valor obtido pela equação anterior, então, posso escrever que:

g) $C_{4,\,3} = (4 - 2)? + (3 - 2)? = 4$
h) $C_{5,\,3} = (5 - 2)? + (4 - 2)? + (3 - 2)? = 10$
i) $C_{6,\,3} = (6 - 2)? + (5 - 2)? + (4 - 2)? + (3 - 2)? = 20$
j) $C_{7,\,3} = (7 - 2)? + (6 - 2)? + (5 - 2)? + (4 - 2)? + (3 - 2)? = 35$

k) $C_{8,\,3}$ = (8 – 2)? + (7 – 2)? + (6 – 2)? + (5 – 2)? + (4 – 2)? + (3 – 2)? = 56

Ao generalizar os referidos resultados, obtêm-se a segunda equação seguimental, a saber:

$$\mathbf{C_{n,\,3} = (n - 2)? + (n - 3)? + (n - 4)? + ... + (n - [n - 1])? + (n - n)?}$$

Para efeito aritmético, considere um exemplo qualquer:

$C_{6,\,3}$ = (6 – 2)? + (6 – 3)? + (6 – 4)? + (6 – 5)? + (6 – 6)?
$C_{6,\,3}$ = 4? + 3? + 2? + 1? + 0?
$C_{6,\,3}$ = (4 + 3 + 2 + 1) + (3 + 2 + 1) + (2 + 1) + (1) + (0)
$C_{6,\,3}$ = 10 + 6 + 3 + 1
$C_{6,\,3}$ = 20

O que está em perfeito acordo com o que foi verificado anteriormente.

Considerando o exemplo esquemático das tampinhas, tem-se o seguinte problema: Em uma coleção de seis (06) tampinhas de cores diferentes, deve-se escolher três (03) delas para concorrer num concurso. Seja {a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6} o conjunto de tampinhas. Para as três tampinhas, pode-se ter: