

*Leandro Bertoldo*  
*Elasticidade – Vol. III – Contração Elástica*

# **ELASTICIDADE**

## **Volume IV**

### **“Contração Elástica”**

**Leandro Bertoldo**



*Leandro Bertoldo*  
*Elasticidade – Vol. III – Contração Elástica*

## **Dedicatória**

Dedico este livro à minha amada mãe  
**Anita Leandro Bezerra**



**“Há poder no conhecimento de ciências de toda a espécie, e é designo de Deus que a ciência avançada seja ensinada em nossas escolas como preparação para a obra que há de preceder as cenas finais da história terrestre”.**  
**(Fundamentos da Educação Cristã, 186).**

**Ellen Gould White**  
**Escritora, conferencista, conselheira,**  
**e educadora norte-americana.**  
**(1827-1915)**



# Sumário

**Dados biográficos**

**Prefácio**

**Capítulo I: Contração Lateral**

**Capítulo II: Primeira Lei da Contração**

**Capítulo III: Segunda Lei da Contração**

**Capítulo IV: Deformação Superficial**

**Capítulo V: Deformação Volumétrica**

**Capítulo VI: Expansão Lateral**

**Capítulo VII: Cinemática da Deformação**

**Capítulo VIII: Força Lateral**

**Capítulo IX: Dinamoscopia da Esfera**





## **Dados biográficos**

Leandro Bertoldo é o primeiro filho do casal José Bertoldo Sobrinho e Anita Leandro Bezerra. Tem um irmão chamado Francisco Leandro Bertoldo. Os dois seguiram a carreira no judiciário paulista, incentivados pelo pai, que via algo de desejável na estabilidade do serviço público.

Leandro fez as faculdades de Física e de Direito na Universidade de Mogi das Cruzes – UMC. Seu interesse sempre crescente pela área das exatas vem desde os seus 17 anos, quando começou a escrever algumas teses sérias a respeito do assunto. Em 1995, publicou o seu primeiro livro de Física, que foi um grande sucesso entre os professores universitários. O seu comprometimento com o Direito é resultado de suas atividades junto ao Tribunal de Justiça do Estado de São Paulo.

Leandro casou-se duas vezes e teve uma linda filha do primeiro matrimônio chamada Beatriz Maciel Bertoldo. Sua segunda esposa Daisy Menezes Bertoldo tem sido sua grande companheira e amiga inseparável de todas as horas. Muitas de suas alegrias são proporcionadas pelos seus amados cachorros: Fofa, Pitucha, Calma e Mimo.

Durante sua carreira como cientista contabilizou centenas de artigos e dezenas de livros, todos defendendo teses originais em Física e Matemática, destacando-se: “Teoria Matemática e Mecânica do Dinamismo” (2002); “Teses da Física Clássica e Moderna” (2003); “Cálculo Seguimental” (2005); “Artigos Matemáticos” (2006) e “Geometria Leandroniana” (2007), os quais estão sendo discutidos por vários grupos de pesquisas avançadas nas grandes universidades do país.



## Prefácio

Elasticidade é a primeira obra exaustiva e de natureza sistemática produzida *ab ovo* pelo autor no período de 1978 a 1980. Trata-se de um livro de fôlego, constituído por mais de mil páginas, que foram distribuídas em cinco volumes.

O livro encontra-se inteiramente estruturado no método científico, especialmente pela análise matemática. Partindo de poucos princípios, o livro cresceu alimentando-se do método da analogia com os diversos ramos da Física Clássica.

O manuscrito original desta obra apresenta uma letra bem delineada, bastante caprichada, clara e limpa. Naquela época o autor era um intelectual vanguardista bastante jovem e orgulhoso, que contava apenas 19 anos de idade. Ainda estudante colegial, aplicava-se com afinco à leitura de Descartes, Locke, Rousseau, Voltaire, Leibniz, Galileu, Newton, Einstein etc. Além disso, dedicava todo seu tempo livre na elaboração de profundas pesquisas científicas em física. Somente a juventude do autor poderia permitir a introdução de conceitos inovadores e de ideias inusitadas no campo da Física Clássica, como se pode constatar nesta obra.

Na falta de um nome apropriado para designar as novas leis, fórmulas e conceitos, provisoriamente, lancei mão do nome que estava mais acessível naquele momento: “Leandro”. Entretanto, tal nome poderá ser substituído por outra designação mais adequada, que a ciência achar conveniente.

O próprio título da obra articula bem os seus objetivos: “Elasticidade”. Ela visa realizar o estudo sistemático das propriedades das deformações elásticas e plásticas que os corpos apresentam ao serem submetidos à ação de uma intensidade de força.

O **primeiro volume** desta série é dedicado ao estudo dos princípios fundamentais envolvidos nas deformações elásticas. Nele é analisado o equilíbrio elástico, o conceito de dinamoscó-

*Leandro Bertoldo*  
*Elasticidade – Vol. III – Contração Elástica*

pio, dinamômetros, escalas dinamométricas, quantidade elástica, tração, compressão, deformações lineares, superficiais e volumétricas e finalmente analisa a relação entre as deformações e a temperatura.

O **segundo volume** foi consagrado ao estudo dos sistemas e instrumentos de medidas elásticas, como por exemplo, os leandrometros e multímetros dinamoscópico, bem como o estudo das pontes elásticas, associações em série e em paralelo de corpos dinamoscópicos.

O **terceiro volume** desta série é destinado ao estudo das grandezas físicas da Cinemática e da Dinâmica, aplicadas às forças e às deformações elásticas dos corpos dinamoscópicos.

O **quarto volume** está voltado ao estudo das contrações e expansões laterais provocadas pelas deformações por tração e compressão linear, superficial e volumétrica.

O **quinto volume** desta série propõe estudar os corpos dinamoscópicos elásticos, semielásticos e plásticos, rigidez dinamoscópica, ponto de ruptura, conceitos geométricos aplicados na dinamoscopia, campo elástico e estudos sobre os reostatos dinamoscópicos.

Enfim, o livro é revolucionário e inovador. Ele traz em seu bojo muitas pesquisas originais e inéditas, produzidas pelo autor em sua juventude. Esta obra estabelece claramente um paradigma ao criar um novo ramo da Física Clássica: Elasticidade.

O autor folga em oferecer ao grande público leitor esta maravilhosa obra, esperando que venha a ter boa acolhida entre os homens de ciência e visionários do futuro, a fim de que o universo do nosso conhecimento continue no seu grande processo de expansão.

[leandrobertoldo@ig.com.br](mailto:leandrobertoldo@ig.com.br)

# CAPÍTULO I

## Contração Lateral

### 1. Introdução

No presente capítulo, passo a introduzir o conceito de “contração lateral”; analisando e propondo as principais leis que regem a contração lateral. Estas leis são de extrema importância e fundamentais na compreensão da teoria da elasticidade que venho propondo.

### 2. Noção de Contração Lateral

Verifica-se experimentalmente que, ao fixar um corpo dinamoscópico perfeitamente elástico, como por exemplo, fios elásticos ou sólidos em geral, por meio de uma de suas extremidades a um referencial inercial. E ao imprimir na outra extremidade uma força suficientemente intensa, verificar-se-á o aparecimento de uma deformação no referido corpo dinamoscópico.

Quando essa intensidade de força é impressa na direção longitudinal e a deformação resultante é por tração; as duas dimensões transversais diminuem em todos os sentidos. E as mesmas só voltarão ao seu estado natural quando o corpo dinamoscópico restituir a deformação por tração ao seu estado primitivo e isto somente ocorre na ausência total de forças. Esse comportamento verificado experimentalmente vem a sugerir a existência de uma propriedade inerente a alguns corpos dinamoscópicos perfeitamente elásticos – propriedade esta, que não está presente em alguns tipos de deformações perfeitamente elásticas, como por exemplo, a flexão angular.

Assim, as experiências realizadas indicam que os corpos dinamoscópicos de deformações perfeitamente elásticas; como os sólidos e os fios elásticos ao sofrerem uma deformação por tração, passam a apresentar uma diminuição em sua área de seção transversal ao passo que apresentam um aumento na sua seção longitudinal. Na ausência da ação da força imprimida, ambas restituem-se ao seu estado primitivo.

O fenômeno da diminuição da área da seção transversal é denominado por “contração lateral”. E, é uma espécie de compressão elástica.

Desse modo, uma propriedade fundamental dos corpos dinamoscópicos perfeitamente elásticos reza o seguinte postulado:

“Sempre que um corpo dinamoscópico perfeitamente elástico for submetido a uma deformação por tração, a área de sua seção longitudinal aumenta e a área de sua seção transversal diminui”.

A oração apresentada no referido postulado, aparece sempre que um corpo dinamoscópico é submetido à ação de uma intensidade de força e, na ausência da ação da referida força a seção longitudinal restitui-se ao seu estado natural e a seção transversal, por consequência, passa a restituir-se ao seu estado primitivo. Portanto, a deformação longitudinal depende da ação da força, pois quando esta é impressa no corpo dinamoscópico, este sofre uma deformação e na ausência da referida força, restitui-se ao seu estado primitivo. Algo semelhante ocorre com a seção transversal, pois sob a ação de forças ela se contrai e na ausência da referida força, restitui-se ao estado primitivo.

Logo, a referida observação vem trazer à luz um novo postulado. Esse postulado reza a seguinte oração:

“Tanto a deformação longitudinal, quanta a contração transversal está na dependência direta da ação da intensidade de força imprimida”.

Estas propriedades elásticas qual os postulados de Leandro versam é o motivo da existência do presente capítulo.

### **3. Estado Elástico ou Dinamoscópico da Contração Lateral**

O estado elástico da contração lateral, por ser perfeitamente elástica, apresenta-se sob a forma de deformação ou sob a forma de restituição ao seu estado primitivo. Podendo passar de uma situação para outra e vice-versa. Assim, a deformação da contração lateral é elástica e, portanto distingue-se sob duas fases distintas que são as seguintes:

**a) Fase de Deformação**

**b) Fase de Restituição**

#### **Fase de Deformação**

A fase de deformação é a fase em que ocorre propriamente dito, a deformação da contração lateral; ou seja, é a fase iniciada no instante em que o corpo dinamoscópico sofre uma deformação por tração, por consequência da ação da força aplicada e termina quando o corpo dinamoscópico sofre a deformação máxima, tanto no que se refere à deformação da seção transversal quanto à deformação da seção longitudinal, dentro dos limites elásticos.

#### **Fase de Restituição**

A fase de restituição é a fase em que a deformação da contração lateral restitui ao seu estado primitivo; ou seja, aquela iniciada a partir da máxima deformação e que se prolonga até o momento em que a deformação da contração lateral retorna ao seu estado natural.

Como a deformação da seção transversal é consequência direta da deformação da seção longitudinal; ambas as deformações restituem ao seu estado primitivo, simultaneamente e ambas atingem a deformação máxima simultaneamente.

A fase de restituição da seção transversal ocorre quando a deformação da seção longitudinal estiver também em fase de restituição. Esta, por sua vez, ocorre quando a ação da força deformatória é retirada do corpo dinamoscópico, e este devido a sua elasticidade interna retornam ao seu estado primitivo.

#### **4. Tipos de Elasticidade da Contração Lateral**

Verificou-se experimentalmente que, ao prender um corpo dinamoscópico perfeitamente elástico por uma de suas extremidades a um plano horizontal fixo, e ao imprimir na outra extremidade uma intensidade de força, o corpo, evidentemente, sofrerá uma deformação linear, ou seja, longitudinal e por consequência desta, sofre uma deformação transversal denominada por contração lateral e, no entanto ambas poderão restituir-se ao seu estado primitivo.

Então, este fato evidenciado através de experiências, leva a dividir e classificar a elasticidade da contração lateral de acordo com as três classes de elasticidades que postulei no início do presente livro.

A primeira classe versa sobre a elasticidade perfeita. E toda deformação é classificada por elasticidade perfeita quando, retirada a ação da força imprimida, o corpo dinamoscópico restitui-se integralmente ao seu estado inicial. Desse modo, no que se refere a deformação por contração lateral, a elasticidade dessa contração só é perfeita quando a deformação da seção transversal restitui-se ao seu estado primitivo na ausência da ação da força imprimida. Este fenômeno ocorre na maioria dos casos de deformação elástica perfeita.

A segunda classe versa sobre a elasticidade parcial. Todas as deformações classificadas nesta classe restituem-se apenas parcialmente. Dessa maneira, quando o corpo dinamoscópico sofre uma deformação de contração lateral e esta se restitui apenas parcialmente, então, evidentemente, tem-se um caso de elasti-



cidade parcial na deformação da seção transversal. Finalmente ocorre a elasticidade plástica que caracteriza as deformações permanentes dos corpos dinamoscópicos. Desse modo, quando a deformação da seção transversal não restituir-se de maneira alguma ao seu estado primitivo, trata-se então de um corpo dinamoscópico constituído por elasticidade plástica.

Com os referidos dados, está então classificada a elasticidade da contração lateral.

## **5. Tipo da Deformação da Contração Lateral**

Um corpo dinamoscópico perfeitamente elástico, somente sofrerá uma deformação por contração lateral quando sofrer uma deformação longitudinal por tração.

Pode-se dizer que a deformação por contração lateral é indiretamente caracterizada pela deformação linear. É muito semelhante à deformação por compressão; pois, a seção transversal diminui à medida que a seção longitudinal aumenta. Como a seção longitudinal aumenta com o aumento da intensidade da força imprimida, então, conclui-se que, a seção transversal diminui à medida que a intensidade da força imprimida aumenta. E a referida definição é a própria que desenvolvi para caracterizar a deformação por compressão.

## **6. Método do Carimbo de Leandro**

O presente método foi desenvolvido com o objetivo exclusivo de medir as deformações por tração ou compressão e as contrações laterais resultantes.

Não se trata de um método de precisão, porém, está dentro dos propósitos ao qual me proponho a concluir.

Esse método consiste em submeter o corpo dinamoscópico a uma deformação por tração; logo depois passar tinta em uma

de suas áreas laterais e carimbar essa área em uma folha de papel em branco. Feito isso, tem-se na folha carimbada, o comprimento da aresta longitudinal e transversal.

Depois se deve submeter o corpo dinamoscópico a uma nova intensidade de força, e repetir todo o processo de carimbar a folha em branco.

A análise das medidas obtidas nos carimbos possibilitará a dedução das leis para a contração lateral.

## **7. Teorema de Leandro**

De um modo genérico, quando um corpo dinamoscópico perfeitamente elástico sofre uma deformação por tração, altera-se o estado da seção transversal como uma consequência direta da tração do corpo dinamoscópico.

A cada intervalo da deformação por tração corresponde a um intervalo da deformação da contração lateral. Esse equilíbrio de deformações dependentes sugere o denominado teorema de Leandro, que é enunciado nos seguintes termos:

“A deformação da contração lateral presente na seção transversal depende diretamente da deformação por tração presente na seção longitudinal”.

Dessa maneira a deformação por tração da seção longitudinal é sempre o limite da deformação por contração lateral da seção transversal.

Suponha-se que na deformação da contração lateral ( $\Delta C_1$ ), a deformação por tração varie de ( $\Delta L_1$ ) e como consequência, na deformação da contração lateral ( $\Delta C_2$ ) varie de ( $\Delta L_2$ ).

Desse modo, por consequência do Teorema de Leandro, pode-se afirmar que:

“Em um mesmo corpo dinamoscópico de seção transversal reta uniforme dentro do denominado regime elástico, a deformação por tração que resulta da ação da intensidade de força im-

*Leandro Bertoldo*  
*Elasticidade – Vol. III – Contração Elástica*

primida é igual à deformação da contração lateral, pois esta é o limite daquela”.

O referido enunciado é expresso simbolicamente pela seguinte igualdade:

$$\Delta L = \Delta C$$

Como  $(\Delta L)$  é o limite da contração lateral  $(\Delta C)$ , então pode escrever que:

$$\Delta L_1 / \Delta L_2 = \Delta C_1 / \Delta C_2$$

Ou então:

$$\Delta L_1 / \Delta C_1 = \Delta L_2 / \Delta C_2$$

As conclusões que derivam permitem afirmar que as deformações por contração lateral sofrida pelos corpos dinamoscópicos de mesmas características, são inversamente proporcionais às deformações por tração resultante do sistema dinamoscópico.

Estes postulados permitem ainda deduzir um novo teorema, que é enunciado nos seguintes termos:

“A variação da contração lateral num ponto do interior de um corpo dinamoscópico submetido a uma deformação por tração é transmitida integralmente em toda a extensão do corpo dinamoscópico em debate”.

Com isso estou afirmando que, qualquer corpo dinamoscópico perfeitamente elástico com qualquer área de seção transversal, ao ser submetido a uma deformação por tração, ele sofre em qualquer ponto lateral na extensão desse corpo dinamoscópico, uma contração.

## **8. Lei da Direção da Contração Lateral**

Ao afixar um corpo dinamoscópico por uma de suas extremidades a um referencial inercial, e na outra imprimir uma intensidade de força. Então, verifica-se uma deformação por tração ocorrendo simultaneamente com uma contração lateral.

Para se determinar a direção da deformação da contração lateral, utiliza-se a seguinte lei, enunciada nos seguintes termos:

“O sentido comum da deformação elástica da contração lateral é tal que, por seus efeitos, é perpendicular à direção da deformação por tração”.

Uma lei do sentido da contração lateral implica que:

“Em qualquer sentido lateral de um corpo dinamoscópico, o sentido da deformação da contração lateral é tal, que por seus efeitos, ela se opõe uma a outra”.

## **9. Força Elástica Resultante na Contração Lateral**

Quando um corpo dinamoscópico sofre uma deformação por tração, ele também apresenta uma deformação caracterizada pela contração lateral. Embora a intensidade de força imprimida no corpo dinamoscópico seja aplicada no extremo da seção longitudinal, ocorre também, o aparecimento de uma intensidade de força elástica lateral, que resulta na deformação da contração lateral.

Em um corpo dinamoscópico de seção reta uniforme ou não, cada ponto da extensão lateral do corpo dinamoscópico apresenta a mesma intensidade de força. Isto é evidente, pois um dos princípios fundamentais de Leandro afirma que: “A força elástica de um corpo dinamoscópico se distribui uniformemente em toda a extensão do mesmo”. Isso significa que em cada ponto do corpo dinamoscópico, a intensidade de força é a mesma.